第9講　総合演習1

1

［A］　図1－1に示すように，なめらかな水平面上で静止している質量 M の物体Bにばね定数 k の軽いばねが水平に取り付けてある。質量 m の物体Aを右向きの初速度 v_0 で物体Bに衝突させる。衝突の際，ばねが最も縮んでいる瞬間は，両物体は一体となり同じ速度を持つものとする。なお，力学的エネルギーが保存されるとし，右向きの速度を正とする。以下の問に答えよ。

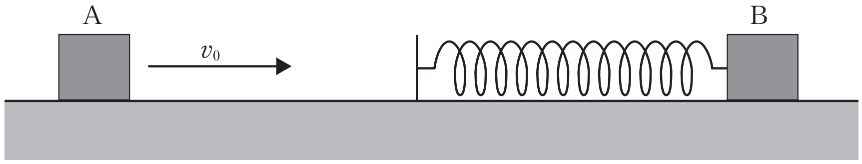


図1－1

(1)　衝突の前，物体Aが持っている運動量を記せ。

(2)　衝突の前，物体Aが持っている運動エネルギーを記せ。

(3)　両物体の速度が同じになったときの速度を V とし，その値を求めよ。

(4)　物体Bのばねが最も縮んだときの自然長からの変位を s とし，その値を求めよ。

(5)　衝突後，物体Aがばねから離れた後の両物体の速度を V_A，V_B とし，それぞれの値を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

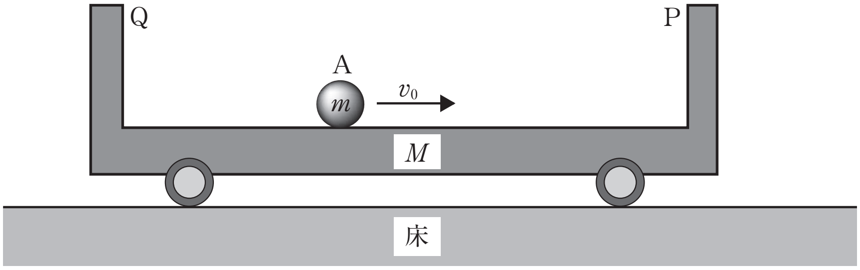
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［B］

なめらかな水平面上に，直方体の箱（質量 M）が置かれている。この中に質量 m の小球がある。これが初速度 v_0 で箱の内側に垂直に衝突して，速度 v_1 ではねかえり，再び反対側の壁に衝突してはねかえり，以下これを繰り返す。ここで初速度 v_0 の方向を速度の正の方向とする。小球と壁との間のはねかえり係数を e（ただし，$e<1$）とし，$Me>m$ とする。また，摩擦は無視する。

⑴　n 回目の衝突後の小球の速度 v_n を求めよ。

⑵　何度も衝突を繰り返すと，小球はどんな速度に近づくか。



ⒸRECRUIT HOLDINGS

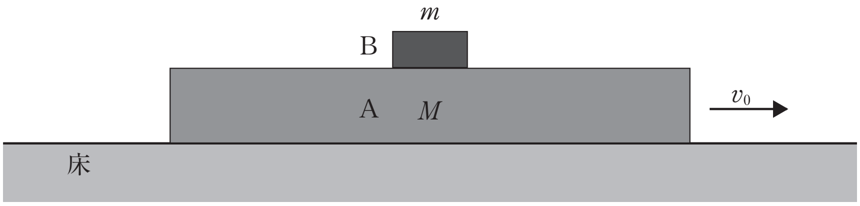
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

図のように，なめらかで水平な床上を一定の速さ v_0 で運動している直方体の物体A（質量 M）の上面に, 小さな物体B（質量 m）を静かに（床に対する速さ0で）置いた。すると，BはAの上面を滑った後，Aに対して静止し，AとBは一体になって進んだ。重力加速度の大きさを g，Aの上面とBとの動摩擦係数を μ とし，次の各問に答えよ。



(1)　AとBが一体になったときの速さはいくらか。

(2)　物体AとBの運動エネルギーの和は，物体BがAの上面に置かれる前に比べてAとBが一体になった後ではどれだけ変化したか。

(3)　BがAの上面に置かれてからAに対して静止するまでに，BがAに対して移動した距離はいくらか。

(4)　BがAの上面に置かれてからAに対して静止するまでの時間 T を求めよ。

(5)　BがAの上面に置かれてからAに対して静止するまでに，Bが床に対して移動した距離 L を求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

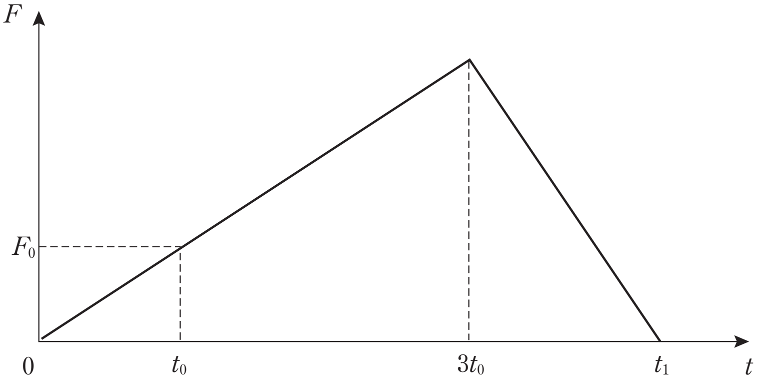
< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

水平面と角度 θ をなす斜面上に止まっていた質量 m の物体に，図のような，時刻 t に対し折線グラフ状に変わる力 F を斜面の最大傾斜角方向に加え，物体を滑り落とした。物体は力が F_0 となった時刻 t_0 に滑り始めた。時刻 $3t_0$ で力は最大値に達し，時刻 t_1 で 0 になった。物体と斜面の間の静止摩擦係数と動摩擦係数の比を 2：1 とし，重力加速度の大きさを g として，以下の問に答えよ。



(1)　図に示した力によって物体が受ける力積を求めよ。

(2)　静止摩擦係数を求めよ。

(3)　滑っているときの摩擦力の大きさを求めよ。

(4)　時刻 0 から t_1 までに摩擦力によって物体が受ける力積を求めよ。

(5)　時刻 t_1 での物体の速さを求めよ。

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

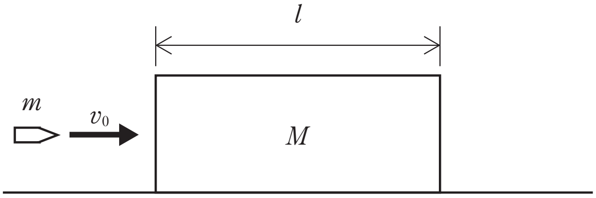
< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

図のように，水平な床の上に質量 M [kg]，長さ l [m] の木片が置かれている。いま，質量 m [kg] の弾丸を水平方向から木片の表面に垂直に撃ち込む。弾丸が木片から受ける抵抗力 F は弾丸の速さによらず常に一定であり，弾丸の運動における空気抵抗と重力の影響および弾丸の大きさは無視できるものとして，以下の各問に答えよ。解答は，各問に対して最も適する答えを一つずつ解答群から選びなさい。



木片を床面に固定し，弾丸を速さ v_0 [m/s] で撃ち込んだら，木片の表面から距離 x [m] のところで停止した。

(1)　抵抗力 F は $\boxed{\ 1\ }$ [N] である。

①　$\dfrac{mv_0}{x}$　　②　$\dfrac{mv_0{}^2}{x}$　　③　$\dfrac{mv_0}{2x}$　　④　$\dfrac{mv_0{}^2}{2x}$

⑤　$\dfrac{2mv_0}{x}$　　⑥　$\dfrac{2mv_0{}^2}{x}$　　⑦　$\dfrac{xv_0}{2m}$　　⑧　$\dfrac{xv_0{}^2}{2m}$

⑨　$\dfrac{2x}{mv_0}$　　⑩　$\dfrac{2x}{mv_0{}^2}$

(2)　弾丸が木片を貫くためには，弾丸の速さを $\boxed{\ 2\ }$ [m/s] 以上にする必要がある。

①　$\sqrt{\dfrac{Fl}{m}}$　　②　$\sqrt{\dfrac{Fl}{2m}}$　　③　$\sqrt{\dfrac{Fl}{m+M}}$　　④　$\sqrt{\dfrac{F(x+l)}{m+M}}$

⑤　$v_0\times\dfrac{l^2}{x^2}$　　⑥　$v_0\times\dfrac{x^2}{l^2}$　　⑦　$v_0\sqrt{\dfrac{l}{x}}$　　⑧　$v_0\sqrt{\dfrac{x}{l}}$

⑨　$v_0\times\dfrac{l}{x}$　　⑩　$v_0\times\dfrac{x}{l}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

次に木片と床面の固定を解き，木片をなめらかな摩擦がない床の上に置き，弾丸を速さ v_0 [m/s] で木片に撃ち込む。弾丸は木片の表面から距離 x' [m] のところで停止し，両者は一体となって速さ v [m/s] で床の上を水平に動き出した。

(3) 速さ v は［3］[m/s] である。

① $\dfrac{mv_0}{m+M}$　② $\dfrac{Mv_0}{m+M}$　③ $\dfrac{(m+M)v_0}{m}$　④ $\dfrac{(m+M)v_0}{M}$

⑤ $\dfrac{m^2v_0}{M(m+M)}$　⑥ $\dfrac{M^2v_0}{m(m+M)}$　⑦ $v_0\sqrt{\dfrac{m}{m+M}}$　⑧ $v_0\sqrt{\dfrac{m+M}{m}}$

⑨ $\dfrac{mv_0}{M}$　⑩ $\dfrac{Mv_0}{m}$

(4) 停止位置 x' は［4］[m] である。

① $\dfrac{Mx}{m}$　② $\dfrac{mx}{M}$　③ $\dfrac{(m+M)x}{m}$　④ $\dfrac{(m+M)x}{M}$

⑤ $\dfrac{mx}{m+M}$　⑥ $\dfrac{Mx}{m+M}$　⑦ $\dfrac{(m+M)^2x}{m^2}$　⑧ $\dfrac{(m+M)^2x}{M^2}$

⑨ $\dfrac{m^2x}{(m+M)^2}$　⑩ $\dfrac{M^2x}{(m+M)^2}$

(5) 弾丸の運動エネルギーは，一部が木片との摩擦によって運動を妨げられ減少する。この減少した分の力学的エネルギーは［5］[J] である。

① $\dfrac{m^2{v_0}^2}{m+M}$　② $\dfrac{M^2{v_0}^2}{m+M}$　③ $\dfrac{(m+M){v_0}^2}{m}$　④ $\dfrac{(m+M){v_0}^2}{M}$

⑤ $\dfrac{m^2{v_0}^2}{2(m+M)}$　⑥ $\dfrac{M^2{v_0}^2}{2(m+M)}$　⑦ $\dfrac{mM{v_0}^2}{2(m+M)}$　⑧ $\dfrac{mM{v_0}^2}{2(M-m)}$

⑨ $\dfrac{m^2{v_0}^2}{2(M-m)}$　⑩ $\dfrac{M^2{v_0}^2}{2(M-m)}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講　解答

1

［A］

（1）　mv_0　（2）　$\frac{1}{2}mv_0{}^2$　（3）　$\frac{m}{m+M}v_0$　（4）　$v_0\sqrt{\frac{mM}{k(m+M)}}$

（5）　$V_A=\frac{m-M}{m+M}v_0$，　$V_B=\frac{2m}{m+M}v_0$

［B］

（1）　$\frac{m+(-e)^nM}{m+M}v_0$　（2）　$\frac{m}{m+M}v_0$

2

（1）　$\frac{M}{M+m}v_0$　（2）　$-\frac{Mm}{2(M+m)}v_0{}^2$

（3）　$\frac{M}{2\mu(M+m)g}v_0{}^2$　（4）　$\frac{M}{\mu(M+m)g}v_0$

（5）　$\frac{M^2}{2\mu g(M+m)^2}v_0{}^2$

3

（1）　$\frac{3}{2}F_0t_1$　（2）　$\frac{F_0+mg\sin\theta}{mg\cos\theta}$　（3）　$\frac{F_0+mg\sin\theta}{2}$

（4）　$-\left\{\frac{1}{2}F_0t_1+\frac{1}{2}mg\sin\theta\cdot(t_0+t_1)\right\}$　（5）　$\frac{F_0}{m}t_1+\frac{1}{2}g\sin\theta\cdot(t_1-t_0)$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第9講　確認テスト

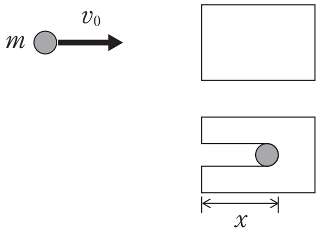
【解答】

1　④　　2　⑦　　3　①　　4　⑥　　5　⑦

【解説】

(1)　エネルギーと仕事の関係より

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 = F\cdot x \qquad \therefore\ F = \boldsymbol{\frac{mv_0{}^2}{2x}}$$



(2)　ちょうど貫いたとすると，

$$\frac{1}{2}mv^2 = F\cdot l$$

Fを代入して，

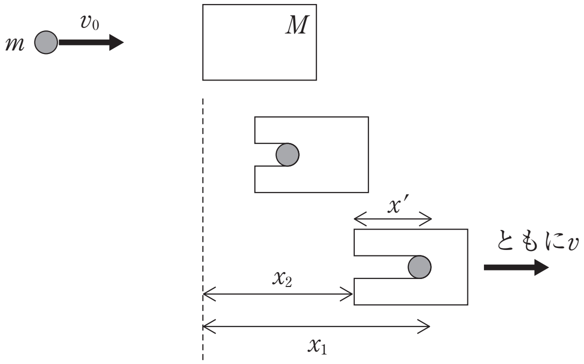
$$v'^2 = \frac{2}{m}\left(\frac{mv_0{}^2}{2x}\right)l = v_0{}^2\frac{l}{x} \qquad \therefore\ v' = \boldsymbol{v_0\sqrt{\frac{l}{x}}}$$

(3)　運動量保存則より

$$mv_0 = (m+M)v \qquad \therefore\ v = \boldsymbol{\frac{mv_0}{m+M}}$$

(4)(5)

両者が接触し始めてから，ともにvとなるまでに動いた距離をx_1，x_2として（右図），エネルギーと仕事の関係から，



$$\begin{cases} 弾丸：\dfrac{1}{2}mv_0{}^2 - F\cdot x_1 = \dfrac{1}{2}mv^2 \\ 木片：0 + F\cdot x_2 = \dfrac{1}{2}Mv^2 \end{cases}$$

和をとると

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - F(x_1 - x_2) = \frac{1}{2}(m+M)v^2$$

よって，失われたエネルギーは

$$F(x_1 - x_2) = \frac{1}{2}mv_0{}^2 - \frac{1}{2}(m+M)v^2 = \boldsymbol{\frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)}} \text{—(5)}$$

また，$x' = x_1 - x_2$だから，

$$F\cdot x' = \frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)}$$

$$\therefore\ x' = \frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)}\cdot\frac{1}{F} = \frac{mMv_0{}^2}{2(m+M)}\cdot\frac{2x}{mv_0{}^2} = \boldsymbol{\frac{M}{m+M}x} \text{—(4)}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。